

Статьи: эконометрическая теория

Некоторые эквивалентности в линейном оценивании*

Дмитрий Данилов[†]

Эйндховенский технологический университет, Эйндховен, Нидерланды

Ян Магнус[‡]

Тилбургский университет, Тилбург, Нидерланды

В условиях нормальности задача байесовского оценивания, задача наилучшего линейного несмещенного оценивания и задача наименьших квадратов при ограничениях эквивалентны. В результате нет необходимости рассчитывать псевдообратные матрицы и выполнять другие сложные операции, невозможные для больших разреженных систем. Вместо этого, преобразовав входные показатели, можно переписать систему в виде эквивалентной, которую уже можно разрешить обычным методом наименьших квадратов.

Линейное байесовское оценивание, наилучшее линейное несмещенное оценивание, наименьшие квадраты, разреженные задачи, крупномасштабная оптимизация
Классификация JEL: C11, C61, C63

1 Введение

Пусть дан вектор y размерности $n \times 1$ и матрица X размерности $n \times k$ с линейно независимыми столбцами. Подразумевается, что вектор y и матрица X известны (и неслучайны). Задача состоит в том, чтобы определить вектор β размерности $k \times 1$, удовлетворяющий уравнению

$$y = X\beta.$$

Пусть $M := I_n - X(X'X)^{-1}X'$ – привычная идемпотентная матрица. Если $My = 0$, то уравнение $y = X\beta$ имеет единственное решение

$$\hat{\beta} := (X'X)^{-1}X'y.$$

Если $My \neq 0$, то уравнение не имеет решений. В этом случае можно найти вектор $\hat{\beta}$, который в некотором смысле минимизирует вектор «ошибки» $e = y - X\beta$. Удобная скалярная мера ошибки –

$$e'e = (y - X\beta)'(y - X\beta),$$

и известно, что $\hat{\beta}$ минимизирует $e'e$ по всем k -мерным β -векторам. Вектор $\hat{\beta}$ называется *решением наименьших квадратов*, а $X\hat{\beta}$ – *приближением наименьших квадратов* для y . Таким образом, $\hat{\beta}$ является «наилучшим» выбором для β независимо от того, совместно уравнение $y = X\beta$ или нет. Если $y = X\beta$ совместно, то $\hat{\beta}$ является решением; если $y = X\beta$ несовместно, то $\hat{\beta}$ – решение наименьших квадратов.

*Перевод С. Анатольева. Цитировать как: Данилов, Дмитрий и Ян Магнус (2007). «Некоторые эквивалентности в линейном оценивании», Квантиль, №3, стр. 83–90. Citation: Danilov, Dmitry and Jan R. Magnus (2007). “Some equivalences in linear estimation,” Quantile, No.3, pp. 83–90.

[†]Адрес: Eindhoven University of Technology, P.O. Box 513, 5600 MB, Eindhoven, The Netherlands. Электронная почта: daniilov@eurandom.tue.nl

[‡]Адрес: CentER and Department of Econometrics & OR, Tilburg University, P.O. Box 90153, 5000 LE Tilburg, The Netherlands. Электронная почта: magnus@wt.nl

В отличие от детерминистической задачи наименьших квадратов, стандартная задача линейной регрессии формулируется в стохастическом контексте, где рассматривается

$$y = X\beta + \varepsilon, \quad \varepsilon \sim N(0, \sigma^2 I_n),$$

откуда выводятся оценка Гаусса–Маркова и ее дисперсионная матрица как

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'y, \quad \mathbb{V}(\hat{\beta}) = \sigma^2(X'X)^{-1},$$

см., например, Магнус, Катывшев & Пересецкий (2005). Тот факт, что решение наименьших квадратов и оценка Гаусса–Маркова идентичны, ни в коей мере не является очевидным. Он был тщательно изучен и обозначен в Rao (1971, 1973). Эта эквивалентность привела к неудачному использованию термина «(обычной) оценки наименьших квадратов», означающего оценку Гаусса–Маркова. Метод наименьших квадратов, однако, – это чисто детерминистический метод, завязанный на приближении, а не на оценивании.

В отличие от классического (частотного) подхода, байесовский не предполагает «истинных» β -параметров. Вместо этого предполагается вероятностное распределение параметров, так называемое априорное распределение. Данные помогают модифицировать априорное знание «правды» в более законченное знание – апостериорное распределение. Формула, порождающая этот переход, – это формула Байеса

$$p(\beta|y) = \frac{\pi(\beta)p(y|\beta)}{p(y)},$$

где $\pi(\beta)$ обозначает априорное распределение, $p(y|\beta)$ – привычная функция правдоподобия, $p(\beta|y)$ – апостериорное распределение, а $p(y)$ – коэффициент пропорциональности, возникающий из-за того, что $p(\beta|y)$ должно интегрироваться в единицу. Например, если мы (на время) предположим, что Σ известно, и что все распределения нормальны, то байесовский статистик использует данные

$$y|\beta \sim N(X\beta, \Sigma)$$

точно таким же образом, что и классический статистик. Но вдобавок байесовец использует и дополнительную информацию о β , хоть и нечеткую, в так называемых априориях, например,

$$\beta \sim N(h, H).$$

Можно показать, что тогда апостериорным распределением будет $p(\beta|y) \sim N(\hat{\beta}, V)$, где

$$V = (H^{-1} + X'\Sigma^{-1}X)^{-1}, \quad \hat{\beta} = V(H^{-1}h + X'\Sigma^{-1}y).$$

Среднее апостериорного распределения $\hat{\beta}$ можно рассматривать как «оценку» β , и видно, что это матрично-взвешенное среднее между априорным средним h и классической ОМНК-оценкой $(X'\Sigma^{-1}X)^{-1}X'\Sigma^{-1}y$. Байесовец предпочитает говорить о точности, а не о дисперсии, что есть обратная величина к точности. Тогда $V^{-1} = H^{-1} + X'\Sigma^{-1}X$, или словесно

$$\text{апостериорная точность} = \text{априорная точность} + \text{точность данных}.$$

Таким образом, точность всегда увеличивается (дисперсия уменьшается), когда информация добавляется, будь то в форме данных или априорий. Если $H^{-1} = 0$, то априорной информации нет, и классические результаты возникают как частных случаев.

В рамках нормальной байесовской модели, т.е. где и правдоподобие, и априории основаны на нормальном распределении, апостериорное распределение также нормальное (как мы только что видели), и поэтому нет математической разницы между данными и априориями, хотя, конечно же, концептуальная разница есть. Это простое наблюдение приводит к дальнейшим эквивалентностям, которые исследуются в этой заметке.

Причина исследовать эти эквивалентности – одновременно и концептуальная, и вычислительная. В байесовской постановке раздела 2 формулы не поддаются вычислениям, когда проектная матрица X имеет «большую» размерность $n \times k$ и является «разреженной». Матрица «разрежена», когда в ней много структурных нулей. Если матрица размерности $n \times k$ имеет s структурных нулей, то эту матрицу можно сохранить как матрицу размерности $(nk - s) \times 3$, где i -я строка содержит индекс строки, индекс столбца и i -е ненулевое значение. Так действовать полезно в случае, когда память для хранения важнее, чем скорость доступа. С недавних пор большие разреженные матрицы стали важны для экономистов, например, при изучении панелей в более чем миллион работающих в более чем 500.000 фирмах; см. Abowd, Kramarz & Margolis (1999) и Abowd, Creedy & Kramarz (2002), использующие алгоритм Dongarra, Duff, Sorenson & van der Vorst (1991), или при оценивании системы национальных счетов, особенно в развивающихся странах, при котором можно встретить 5.000 и более переменных и 20.000 наблюдений; см. Magnus, van Tongeren & de Vos (2000), использующие программное обеспечение, разработанное в Danilov & Magnus (2007).

В разделе 2 формулируется основной вопрос, выраженный в байесовской терминологии. В разделе 3 показывается эквивалентность байесовской задачи и различных оптимизационных задач, включая наименьшие квадраты с ограничениями и без и наилучшее линейное несмещенное оценивание. Все эти методы эквивалентны задаче наименьших квадратов без ограничений. В разделе 4 результаты кратко интерпретируются. Наконец, в разделе 5 содержатся некоторые мысли относительно доказательства матричных равенств.

2 Данные и априории

Нам интересен вектор $\beta = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k)'$, состоящий из k латентных случайных величин. Доступны данные по n_1 линейным комбинациям β . Пусть y_1 обозначает вектор данных размерности $n_1 \times 1$. Наша отправная точка – уравнение наблюдения

$$y_1 | \beta \sim N_{n_1}(X_1 \beta, \Sigma_1). \quad (1)$$

Матрица X_1 размерности $n_1 \times k$ часто принимает форму отборочной матрицы, скажем, $X_1 = (I_{n_1}, 0)$, так что $X_1 \beta$ – подвектор β , хотя это не является необходимым. Также не требуется, чтобы матрица X_1 имела полный ранг.¹ Наблюдения несмещены в том смысле, что $\mathbb{E}(y_1 | \beta) = X_1 \beta$. Матрица Σ_1 размерности $n_1 \times n_1$ обозначает положительно определенную дисперсионную матрицу, обычно (хотя необязательно) диагональную.

Вдобавок к n_1 данным у нас есть доступ к еще двум единицам информации – это априорные соображения, касающиеся латентных переменных или их линейных комбинаций, и детерминистические линейные ограничения. В частности, у нас m_1 случайных априорий:

$$R_1 \beta \sim N_{m_1}(h_1, H_1) \quad (2)$$

и m_2 точных ограничений (тождеств):

$$R_2 \beta = h_2 \text{ (почти наверное),} \quad (3)$$

что составляет $m := m_1 + m_2$ единиц априорной информации.

Мы предполагаем, что матрица H_1 размерности $m_1 \times m_1$ положительно определена (и поэтому невырождена), и что матрица R_2 размерности $m_2 \times m_1$ имеет полный строковый ранг m_2 (так что точные ограничения линейно независимы и поэтому образуют совместную систему уравнений). Определим

$$R := \begin{pmatrix} R_1 \\ R_2 \end{pmatrix}, \quad h := \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \end{pmatrix}, \quad H := \begin{pmatrix} H_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},$$

¹Условие полного ранга для X_1 сделано в Magnus, van Tongeren & de Vos (2000, теорема 1), но на самом деле оно излишне.

и предположим, что $\text{rk}(R) = m$, что, естественно, означает, что и R_1 , и R_2 имеют полный строковый ранг. Позже мы увидим, что ранговое условие на R не является серьезным ограничением, поскольку нет математической разницы в случае нормальности между априориями и данными, так что всегда можно рассматривать все априории как данные и наоборот. Поэтому условие $m \leq k$ также неограничительно.

Чтобы идентифицировать все k переменных из информации (данных и априориях), необходимы по крайней мере k единиц информации: $m + n_1 \geq k$. Но этого недостаточно для идентификации, ибо частично информация может приходиться на одни и те же переменные. Если $m = k$, все переменные идентифицированы. Если $m < k$, вводится полуортогональная матрица L размерности $k \times (k - m)$, такая, что $RL = 0$ и $L'L = I_{k-m}$, и тогда необходимым и достаточным для идентифицируемости является условие

$$\text{rk}(X_1 L) = k - m.$$

Другим эквивалентным условием является

$$\text{rk} \begin{pmatrix} R \\ X_1 \end{pmatrix} = k.$$

Это следует из того, что определение L влечет за собой

$$\text{rk} \begin{pmatrix} R \\ X_1 \end{pmatrix} = \text{rk}(R) + \text{rk}(X_1 L).$$

3 Эквивалентности

Мы представим шесть оценок β (и их дисперсии), все шесть эквивалентны. Эта эквивалентность основана на двух фактах. Во-первых, байесовский анализ с нормально распределенными данными и нормальными априориями тесно связан с квадратичной задачей минимизации. Во-вторых, наилучшее линейное несмещенное оценивание также тесно связано с квадратичной минимизацией (наименьшими квадратами).

Байесовское решение

Используя теорему 1 в Magnus, van Tongeren & de Vos (2000), видим, что апостериорное распределение β есть

$$\beta|y_1 \sim N_k(\hat{\beta}, V),$$

где

$$V = R^+ H R^{+'} - R^+ H R^{+'} X_1' \Sigma_0^{-1} X_1 R^+ H R^{+'} + C K C' \quad (4)$$

и

$$\hat{\beta} = R^+ h - (R^+ H R^{+'} + C K) X_1' \Sigma_0^{-1} (X_1 R^+ h - y_1). \quad (5)$$

В этих выражениях задействованы следующие обозначения:

$$\Sigma_0 := \Sigma_1 + X_1 R^+ H R^{+'} X_1', \quad C := I_k - R^+ H R^{+'} X_1' \Sigma_0^{-1} X_1$$

и

$$K := \begin{cases} L(L' X_1' \Sigma_0^{-1} X_1 L)^{-1} L' & \text{если } m < k, \\ 0 & \text{если } m = k. \end{cases}$$

Кроме того, A^+ здесь обозначает обратную матрицу Мура–Пенроуза для матрицы A . Хотя результат выше интересен теоретически, на практике его использовать неразумно, особенно при больших размерностях. Поэтому мы ищем альтернативные эквивалентные формулировки для этих апостериорных моментов.

Только данные, никаких случайных априорий

Первый шаг к упрощению – интерпретировать все случайные априории как данные и рассматривать новый вектор «данных» размерности $n := n_1 + m_1$

$$y := \begin{pmatrix} y_1 \\ h_1 \end{pmatrix}.$$

Введя

$$X := \begin{pmatrix} X_1 \\ R_1 \end{pmatrix}, \quad \Sigma := \begin{pmatrix} \Sigma_1 & 0 \\ 0 & H_1 \end{pmatrix},$$

можно переписать уравнение измерения в виде

$$y|\beta \sim N_n(X\beta, \Sigma)$$

вместе с априориями (точными ограничениями)

$$R_2\beta = h_2 \text{ (почти навверное).}$$

Предполагая, что $m_2 < k$, введем полуортогональную матрицу L_2 размерности $k \times (k - m_2)$, такую, что $R_2L_2 = 0$ и $L_2'L_2 = I_{k-m_2}$. Условием идентифицируемости тогда будет

$$\text{rk} \begin{pmatrix} R_2 \\ X \end{pmatrix} = k,$$

или же

$$\text{rk}(XL_2) = k - m_2.$$

Апостериорные моменты $\beta|y$ в этом случае равны

$$\hat{\beta} = R_2^+ h_2 - V X' \Sigma^{-1} (X R_2^+ h_2 - y) \quad (6)$$

и

$$V = L_2 (L_2' X' \Sigma^{-1} X L_2)^{-1} L_2'. \quad (7)$$

Эти два момента численно идентичны представленным в (5) и (4).

Наилучшее линейное несмещенное оценивание

Альтернативный взгляд, также приводящий к тем же результатам, рассматривает регрессионную модель

$$y \sim N(X\beta, \Sigma)$$

с учетом линейных ограничений

$$R_2\beta = h_2,$$

где β теперь – *неслучайный* вектор параметров, которые надо оценить. Наилучшая линейная несмещенная оценка β строится как

$$\hat{\beta} = G^{-1} X' \Sigma^{-1} y + G^{-1} R_2' (R_2 G^{-1} R_2')^{-1} (h_2 - R_2 G^{-1} X' \Sigma^{-1} y) \quad (8)$$

и имеет дисперсию

$$V = G^{-1} - G^{-1} R_2' (R_2 G^{-1} R_2')^{-1} R_2 G^{-1}, \quad (9)$$

где $G := X' \Sigma^{-1} X + R_2' R_2$; см. Магнус & Нейдекер (2002, теорема 13.6). Вновь выражения (8) и (9) численно идентичны тем, что в (5) и (4).

Наименьшие квадраты при ограничениях

Существует тесная взаимосвязь между наилучшим линейным несмещенным оцениванием и наименьшими квадратами (Rao, 1971, 1973). Как показано в Магнус & Нейдекер (2002, теорема 13.16), можно получить $\hat{\beta}$ также как решение задачи

$$\begin{aligned} \min \quad & (y - X\beta)' \Sigma^{-1} (y - X\beta) \\ \text{s.t.} \quad & R_2 \beta = h_2. \end{aligned}$$

Как обсуждалось во введении, наименьшие квадраты – детерминистический метод. Все задачи наилучшего линейного несмещенного оценивания допускают эквивалентные формулировки в терминах наименьших квадратов, но взвешивающая матрица в каждом случае разная. Конечно же, эквивалентность имеет место, только если используется верная взвешивающая матрица, в данном случае Σ^{-1} .

Наименьшие квадраты без ограничений 1

Можно пойти другим путем и рассматривать ограничение как часть данных (с нулевой дисперсией). Тогда необходимо искать решение задачи

$$\min \begin{pmatrix} y - X\beta \\ h_2 - R_2\beta \end{pmatrix}' \begin{pmatrix} \Sigma + XX' & XR_2' \\ R_2X' & R_2R_2' \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} y - X\beta \\ h_2 - R_2\beta \end{pmatrix},$$

как показано в следствии 1 из теоремы 13.15 в Магнус & Нейдекер (2002).

Наименьшие квадраты без ограничений 2

Для получения последней эквивалентности нужно явно вывести ограничения, таким образом уменьшая размерность задачи. Это достигается записью

$$R_2 = (R_{21} : R_{22}),$$

где R_{21} – матрица размерности $m_2 \times (k - m_2)$, а R_{22} – невырожденная матрица размерности $m_2 \times m_2$. После соответствующей разбивки вектора β ограничение записывается как

$$R_{21}\beta_1 + R_{22}\beta_2 = h_2,$$

так что

$$\beta = \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I \\ -R_{22}^{-1}R_{21} \end{pmatrix} \beta_1 + \begin{pmatrix} 0 \\ R_{22}^{-1}h_2 \end{pmatrix} \equiv Q\beta_1 + q.$$

Пусть

$$X^* := \Sigma^{-1/2}X = \begin{pmatrix} \Sigma_1^{-1/2}X_1 \\ H_1^{-1/2}R_1 \end{pmatrix}, \quad y^* := \Sigma^{-1/2}y = \begin{pmatrix} \Sigma_1^{-1/2}y_1 \\ H_1^{-1/2}h_1 \end{pmatrix}.$$

Тогда задачу с ограничениями

$$\begin{aligned} \min \quad & (y - X\beta)' \Sigma^{-1} (y - X\beta) \\ \text{s.t.} \quad & R_2 \beta = h_2. \end{aligned}$$

можно переписать как

$$\min \|(y^* - X^*q) - X^*Q\beta_1\|^2$$

по отношению к β_1 . Это простая задача наименьших квадратов без ограничений.

4 Интерпретация

Цель этой заметки в том, чтобы продемонстрировать эквивалентность трех методов при нормальности: наименьшие квадраты, наилучшее линейное несмещенное оценивание и байесовское оценивание. К доказанным эквивалентностям интерес не только концептуальный, они важны и с практических позиций. В приложениях современной эконометрики размерности матриц могут быть очень большими, например, при работе с финансовыми данными или с данными национальных счетов. Стандартные операции типа обращения (или еще хуже, обращения Мура–Пенроуза) могут стать неустойчивыми или даже недоступными. Использование устойчивых и простых формул тогда существенно.

Решение задачи наименьших квадратов при ограничениях с помощью двухступенчатой процедуры имеет то преимущество, что размерность системы значительно уменьшается. Кроме того, во многих практических ситуациях первый шаг может быть сделан единожды, с последующим использованием результатов редуцирования для множества задач наименьших квадратов при ограничениях. В частности, матрица R_2 обычно фиксирована, поскольку она представляет экономическую структуру, в то время как матрицы, относящиеся к R_1 – априории, которые меняются. Следовательно, метод, где вычисления, связанные с R_2 , производятся только единожды, будет иметь практическую важность.

Эквивалентности, обрисованные в этой заметке, имеют точный характер, никакая информация не теряется. Если размерности увеличиваются и далее, то даже самая простая формулировка, приведенная здесь, может стать неустойчивой. В таких случаях нужно искать «робастные» альтернативы, то есть методы, являющиеся в вычислительном отношении выполнимыми, *необязательно* точные, но не отклоняющиеся сильно от точных решений, даже в крайних ситуациях.

5 Некоторые мысли относительно доказательства матричных равенств

Предположим, мы хотим доказать, что $A = B$ для двух данных матриц A и B , таких как (4) и (7), или (5) и (6). Какие методы нам доступны?

Во-первых, можно просто попробовать доказать напрямую, что $A = B$, например, доказав, что $a_{ij} = b_{ij}$ для всех i и j . Этот метод обычно плох. Второй метод, несколько лучше, рассматривает $\Delta := A - B$ и доказывает $\Delta = 0$. В-третьих, что обычно быстрее, рассматривается не матричное уравнение $\Delta = 0$, а векторное уравнение $\Delta x = 0$ для всех векторов x . Или, что то же самое, можно попробовать доказать скалярное уравнение $x' \Delta' \Delta x = 0$ для всех x . Этот третий метод в сущности геометрический: мы рассматриваем отображения из x в Ax и Bx . Если результат этих двух отображений один и тот же для каждого x , то и сами отображения должны быть равны.

Четвертую и несколько отличающуюся от этих идею можно использовать, если Δ зависит от матрицы X , так что необходимо доказать, что $\Delta(X) = 0$ для каждого X . Тогда, обозначив за d дифференциал, достаточно доказать, что

$$d(\Delta(X)) = 0, \quad \Delta(X_0) = 0$$

для некоторой произвольной подобающим образом выбранной матрицы X_0 (обычно это нулевая или единичная матрица); см. упражнение 13.69 в Abadir & Magnus (2005) в качестве примера.

Интересно, что равенства в этой заметке не доказывались ни одним из этих методов. Вместо этого мы полагались на тот факт, что структуры, в рамках которых возникают уравнения, являются эквивалентными, и, следовательно, выводимые выражения также должны совпадать. Доказать равенства напрямую, конечно, возможно, но очень трудоемко.

Благодарности

Авторы благодарят редактора журнала за конструктивные замечания.

Список литературы

- Магнус, Я.Р., П.К. Катышев & А.А. Пересецкий (2005). *Эконометрика: Начальный курс*, 7-е издание. Москва: Дело.
- Магнус Я.Р. & Х. Нейдекер (2002). *Матричное дифференциальное исчисление с приложениями к статистике и эконометрике*. Москва: Физматлит.
- Abadir, K.M. & J.R. Magnus (2005). *Matrix Algebra. Econometric Exercises*, volume 1. New York: Cambridge University Press.
- Abowd, J.M., R.H. Creedy & F. Kramarz (2002). Computing person and firm effects using linked longitudinal employer-employee data. Working Paper, Cornell University.
- Abowd, J.M., F. Kramarz & D.N. Margolis (1999). High wage workers and high wage firms. *Econometrica* 67, 251–333.
- Danilov, D. & J.R. Magnus (2007). On the estimation of a large sparse Bayesian system: The Snaer project. Working Paper, Tilburg University.
- Dongarra, J.J., I.S. Duff, D.C. Sorenson & H.A. van der Vorst (1991). *Solving Linear Systems on Vector and Shared Memory Computers*. Philadelphia: SIAM.
- Magnus, J.R., J.W. van Tongeren & A.F. de Vos (2000). National account estimation using indicator ratios. *The Review of Income and Wealth* 46, 329–350.
- Rao, C.R. (1971). Unified theory of linear estimation. *Sankhyā A* 33, 371–477. Corrigenda. *Sankhyā A* 34, 477.
- Rao, C.R. (1973). *Linear Statistical Inference and Its Applications*, 2nd edition. New York: John Wiley.

Some equivalences in linear estimation

Dmitry Danilov

Eindhoven University of Technology, Netherlands

Jan R. Magnus

Tilburg University, Netherlands

Under normality, the Bayesian estimation problem, the best linear unbiased estimation problem, and the restricted least-squares problem are all equivalent. As a result we need not compute pseudo-inverses and other complicated functions, which will be impossible for large sparse systems. Instead, by reorganizing the inputs, we can rewrite the system as a new but equivalent system which can be solved by ordinary least-squares methods.

Keywords: Linear Bayes estimation, best linear unbiased, least squares, sparse problems, large-scale optimization

Классификация JEL: C11, C61, C63

Статьи: прикладная эконометрика

Правила денежно-кредитной политики Национального банка Казахстана*

Булат Мухамедиев[†]

Казахский национальный университет имени аль-Фараби

Исследуется вопрос о правилах проводимой в Казахстане денежно-кредитной политики. Установлено, что Национальный банк на каждом этапе экономического развития страны придерживался определенного правила. В частности, выявлено, что в посткризисные годы с достижением макроэкономической стабильности в качестве основного инструмента денежно-кредитной политики стала использоваться краткосрочная процентная ставка, а не денежная база.

Ключевые слова: Казахстан, правило денежно-кредитной политики, процентная ставка, денежная база

Классификация JEL: E52, E58, C22

1 Введение

Проблему выбора оптимальной денежно-кредитной политики каждый центральный банк пытается решить доступными для него средствами. В зависимости от складывающихся в стране экономических условий выбираются те или иные цели и инструменты денежно-кредитной политики. Стремление к достижению намеченных целей создает предпосылки для предопределенности поведения центрального банка, т.е. в своей деятельности он руководствуется некоторыми правилами. Эти правила определяют реакцию центрального банка в виде некоторой зависимости инструментальных переменных от значений целевых показателей. В литературе имеются подтверждения того, что при чисто дискреционной политике высокая инфляция сохраняется дольше, чем при следовании определенным правилам денежно-кредитной политики (Kydland & Prescott, 1977; Barro & Gordon, 1983).

Проведенные исследования для ряда стран выявили, что центральные банки в своей деятельности действительно следуют определенным правилам, которые задают их реакции на различные макроэкономические шоки. В 1993 г. Тейлор (Taylor, 1993) для экономики США предложил простую формулу, которая определяла зависимость краткосрочной номинальной процентной ставки от реальной процентной ставки и отклонений текущего значения темпа инфляции и выпуска от их целевых значений.

Впоследствии разными авторами были выполнены аналогичные исследования для центральных банков других стран с внесением изменений в формулу Тейлора. В частности, в правую часть вводились лаги процентной ставки, потенциальный выпуск заменялся лагом фактического выпуска, текущее значение инфляции заменялось ее ожидаемым уровнем, добавлялись другие целевые переменные.

Выяснилось, что имеются различия в поведении центральных банков развитых и развивающихся стран. Центральные банки развивающихся стран и стран с переходной экономикой в качестве инструмента денежно-кредитной политики скорее используют денежную базу, чем

*Цитировать как: Мухамедиев, Булат (2007). «Правила денежно-кредитной политики Национального банка Казахстана», Квантиль, №3, стр. 91–106. Citation: Mukhamediyev, Bulat (2007). “Monetary policy rules of the National Bank of Kazakhstan,” Quantile, No.3, pp. 91–106.

[†] Адрес: 050038, Казахстан, г. Алматы, пр. аль-Фараби, 71. Электронная почта: bmukhamediyev@gmail.com

процентную ставку. В работе McCallum (1993) предложена модель, в которой инструментальной переменной является денежная база. Некоторые авторы заменяли процентную ставку обменным курсом. В работе Ball (1999) в качестве инструмента использовалось взвешенное среднее ставки процента и обменного курса.

Существенный вклад в методологию эмпирического выявления и анализа целей денежно-кредитной политики был сделан в работе Clarida, Gali & Gertler (1998). В их подходе основным инструментом считается базовая ставка процента, значения которой определяются в зависимости от ожидаемых отклонений макроэкономических показателей от их целевых значений.

Модель определяет правило реагирования инструмента денежно-кредитной политики на отклонения ожидаемых уровней инфляции, экономической активности, реального обменного курса от своих целевых значений. За целевое значение выпуска принимается ожидаемое значение потенциального выпуска, т.е. уровень, который мог бы быть достигнут экономикой при абсолютно гибких ценах и заработной плате. Не предполагается точное знание текущих уровней выпуска, цен и реального обменного курса.

Поскольку центральные банки стремятся не допускать резких изменений процентной ставки, для моделирования поведения фактической ставки процента используется механизм частичной коррекции, в котором параметр ρ отражает инерцию движения процентной ставки и определяет степень сглаживания ее динамики. Эмпирическая оценка правил денежно-кредитной политики проводилась для двух групп стран: США, ФРГ, Японии и Великобритании, Франции, Италии. Параметр ρ для них оказался примерно равным 0,90–0,95, что показывает высокую инерционность динамики процентной ставки. Эта статья оказала существенное влияние на последующие работы в области анализа денежно-кредитной политики.

Были также выполнены исследования по оценке правила денежно-кредитной политики Центрального банка России. В работе Дробышевский & Козловская (2002) использованы данные с 1994 по 2001 гг. Этот период для выявления изменений в денежно-кредитной политике разделен на два периода: до российского финансового кризиса 1998 г. и после него. В качестве инструмента денежно-кредитной политики рассматривается процентная ставка по межбанковским кредитам. Установлено, что она имела очень низкую инерционность, коэффициент ρ оказался в пределах 0,1–0,3. Авторами установлено, что Банк России в первом подпериоде (1994–1998 гг.) проводил адаптационную политику таргетирования узкой денежной базы для снижения темпов инфляции, не принимая во внимание изменения в выпуске, а во втором подпериоде (1999–2001 гг.) придерживался адаптационной политики таргетирования обменного курса рубля по отношению к доллару США.

В статье Vdovichenko & Voronina (2006) исследование следует в основном методологии Clarida, Gali & Gertler (1998) по статистическим данным для России за 1999–2003 гг. В правую часть уравнения вместе с инфляцией и выпуском включен обменный курс. Отмечается, что в сложившихся условиях механизм рефинансирования не работает, и инструментом денежно-кредитной политики служит показатель денежной базы. На основе проведенных расчетов в докладе делается вывод, что денежно-кредитная политика Банка России в посткризисном периоде не была дискреционной, имела четкую направленность. Наряду с показателями инфляции и ВВП Центральный банк России учитывал поведение обменного курса, что, по мнению авторов, противоречит его официальным заявлениям о приоритетности борьбы с инфляцией. Авторами предложен подход к моделированию реакций Центрального банка в виде системы двух уравнений, описывающих согласованную динамику интервенций на валютном рынке и операций по стерилизации избыточной ликвидности.

В работе Esanov, Mercl & Souza (2005) для периода 1993–2002 гг. рассматриваются три вида правил денежно-кредитной политики. Показано, что простое правило Тейлора, в котором инструментом денежно-кредитной политики является краткосрочная ставка процента, а также его различные вариации, плохо описывает политику Центрального банка России. Как

оказалось, правило McCallum (1993), в котором инструментом выбирается денежный агрегат, лучше подходит под имеющиеся российские данные. Однако, как указывается в статье, такая ситуация представляет собой сильный контраст по отношению к недавнему опыту других развивающихся рынков, где правила, использующие как инструмент процентную ставку, дают гораздо лучшее описание поведения денежных властей. На основе построенных регрессий делается вывод, что в течение 1993–2002 гг. Банк России использовал денежные агрегаты как основной инструмент проведения денежно-кредитной политики. И если до 1995 г. Банк России был обеспокоен высокими темпами инфляции, то после 1995 г. его главной целью стала стабилизация обменного курса. Оценка по гибричному правилу Ball (1999) давала смешанные результаты в зависимости от выбора весов для инфляции и обменного курса.

Не всегда заявленные цели денежных властей совпадают с фактическими целями, которые они на деле преследуют. Коллективом авторов Дробышевский & др. (2003) выполнен эмпирический анализ влияния денежной политики на реальный выпуск в 12 странах с переходной экономикой за 1992–2002 гг. Были выделены три группы стран. В первую группу были включены страны Балтии и Болгария, проводившие в то время политику фиксированного курса. Выполненный анализ неявных фактических целей денежных властей в этих странах показал, что в большинстве случаев отвергались гипотезы о следовании денежных властей таргетированию инфляции либо реального обменного курса национальной валюты, либо обеспечения резервных денег золотовалютными резервами.

Ко второй группе были отнесены Венгрия, Казахстан, Чехия и Польша, которые провозгласили конечной целью своей денежно-кредитной политики таргетирование инфляции. Расчеты выявили, что гипотеза о выборе инфляции в качестве промежуточной цели денежных властей подтверждается лишь для Чехии. Денежные власти Венгрии и Польши в качестве неявных целей выбирали скорее динамику денежных агрегатов или реального курса национальной валюты. Для Казахстана не были получены статистически значимые оценки, что объяснялось слишком малым числом наблюдений при использовании обобщенного метода моментов.

Входящие в третью группу стран Румыния, Словения, Словакия и Хорватия также проводили антиинфляционную политику, но при этом не заявляли о каких-либо обязательных конечных или промежуточных целях. Для этих стран в большинстве случаев предложенные в работе модели оказались статистически незначимыми, что служило подтверждением вывода о том, что в рассматриваемых странах денежно-кредитная политика была либо крайне непоследовательной в выборе как промежуточных, так и конечных целей, либо приводила к достаточно парадоксальным результатам.

В работе Mohanty & Klau (2005) приводятся результаты исследования по 13 развивающимся странам Восточной Европы, Азии, Латинской Америки и Африки с рыночной экономикой, в том числе по Венгрии, Польше и Чехии. Основной вывод заключается в том, что хотя большинство центральных банков держат в фокусе внимания поддержание ценовой стабильности, они систематически изменяют процентные ставки в ответ на шоки инфляции и обменного курса. Отмечается, что инфляционное таргетирование обеспечивает для центральных банков удобный механизм комбинирования правил и дискреционной денежно-кредитной политики.

У центральных банков, перешедших на режим плавающего обменного курса может возникнуть «боязнь плаванья» (“fear of floating”), когда, декларируя инфляционное таргетирование, они, тем не менее, четко реагируют на колебания обменного курса при регулировании процентной ставки. Исследование для ряда центрально- и восточноевропейских стран показывает, что для Польши имеют место наиболее строгие результаты чистого инфляционного таргетирования, и в то же время подтверждают наличие таргетирования обменного курса для Словении и в некоторой степени для Румынии (Frömmel & Schobert, 2006).

В настоящей статье исследуется вопрос о наличии правила денежно-кредитной полити-

ки Национального банка Казахстана в 1995–2006 гг. На основе методологии Clarida, Gali & Gertler (1998) показано, что на разных этапах Национальный банк следовал определенным правилам денежно-кредитной политики. До 2000 года в качестве инструмента денежно-кредитной политики он в основном использовал денежную базу, а в 2000–2006 гг. оказывал влияние на процессы в экономике в основном через краткосрочную процентную ставку.

Изложение построено следующим образом. Во разделе 2 описывается экономическая ситуация в Казахстане начиная с 1993 г. Методология исследования и модель обсуждаются в разделе 3. В разделе 4 описываются используемые статистические данные, а также приводятся сведения об их проверке на стационарность. А в разделе 5 приведены полученные в работе результаты. Последний раздел содержит выводы.

2 Экономическая ситуация в Казахстане

Экономика Казахстана во многом схожа с экономикой России, хотя и сильно отличается от нее по масштабам и структуре. Лишь после введения национальной валюты – тенге – в конце 1993 года у республики появилась возможность осуществлять собственную денежно-кредитную политику.

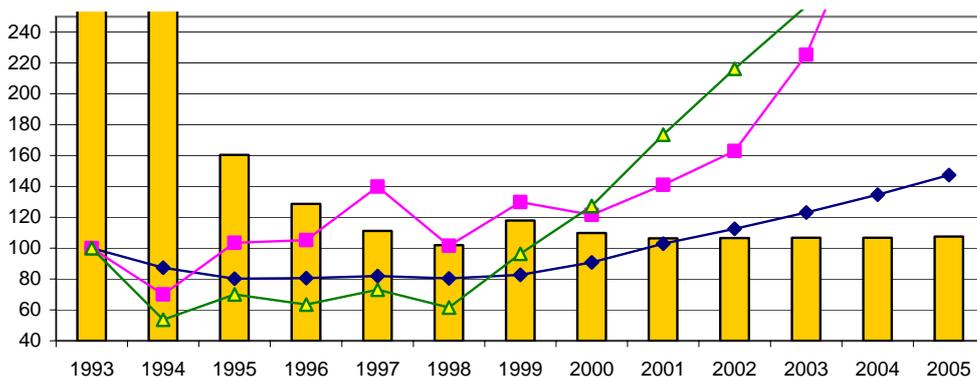


Рис. 1: Индексы ВВП, ИПЦ и денежные агрегаты. Источник: Национальный банк РК. Столбики: ИПЦ к декабрю предыдущего года, ромбики: индекс реального ВВП (1993 = 100), квадратики: индекс денежного агрегата М0 (1993 = 100), треугольнички: индекс денежного агрегата М3 (1993 = 100).

В 1994 г. в стране происходит значительный спад производства, вызвавший громадный дефицит бюджета, имеет место высокая инфляция (Рис. 1). В этот период денежно-кредитная политика была, главным образом, направлена на снижение инфляции. Национальный банк стремился подавить инфляцию, используя сжатие денежной массы. Благодаря этому темп инфляции сократился с 1158% в 1994 г. до 60% в 1995 г. Но одновременно уровень монетизации экономики сократился примерно вдвое, что вызвало негативные последствия: нехватку оборотных средств предприятий, неплатежи, бартер, задержки в выплате заработной платы и пенсий.

В последующие годы регулирование денежной массы, как видно на диаграмме, осуществлялось в основном за счет изменения денежного агрегата М0, на что относительно слабо реагировал денежный агрегат М3. Особенно сильное сокращение наличной денежной массы было произведено в 1998 г., вследствие чего темп инфляции упал до самого низкого уровня 1,9%. Ослабление же давления на денежную массу в 1999 г. опять дало всплеск инфляции в 17,8%.

Затем ситуация кардинально изменилась. Существенный рост денежной массы в реальном выражении в 2000–2005 гг. был нейтрализован благодаря высоким темпам экономического

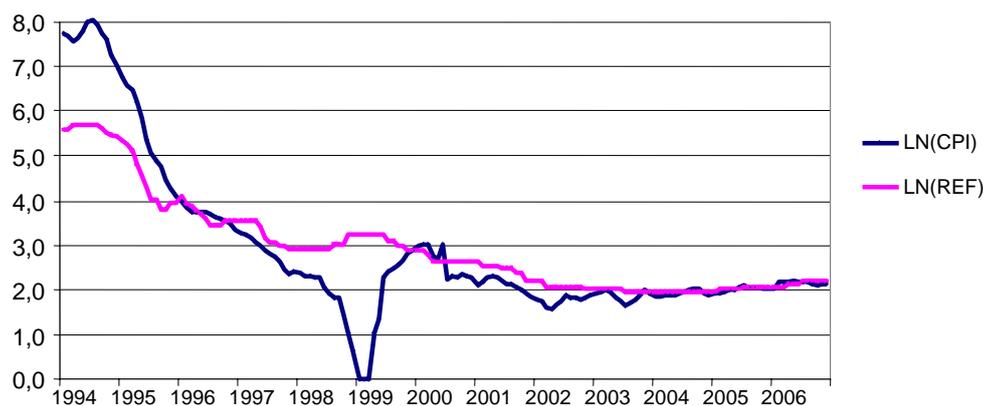


Рис. 2: Индекс потребительских цен и ставка рефинансирования. Источник: Национальный банк РК.

роста. Уровень монетизации экономики по агрегату М3 приблизился к 30%.

В то же время ставка рефинансирования не играла существенной роли. Хотя динамика ставки рефинансирования оказывала некоторое влияние на процессы в экономике, оно не было значительным. Ее изменения были редкими, и скорее она менялась в соответствии с ожиданиями, исполняя роль ориентира, чем оказывала прямое воздействие на финансовый сектор. На Рис. 2 индекс потребительских цен и ставка рефинансирования представлены в логарифмическом виде.

В течение последних нескольких лет Национальный банк Казахстана осуществил мероприятия по переходу к инфляционному таргетированию. С 2001 по 2005 гг. темп инфляции удерживался на уровне примерно 7%, темп роста ВВП равен примерно 9–10%.

Немаловажную роль в такой динамике показателей играет рост мировых цен на нефть. И этот рост нефтяных доходов должен оказывать влияние на формирование денежно-кредитной политики, возможно, через обменный курс. Заметим, что номинальный обменный курс тенге за последние 2–3 года укрепился с 157 тенге за доллар до 125 тенге за доллар.

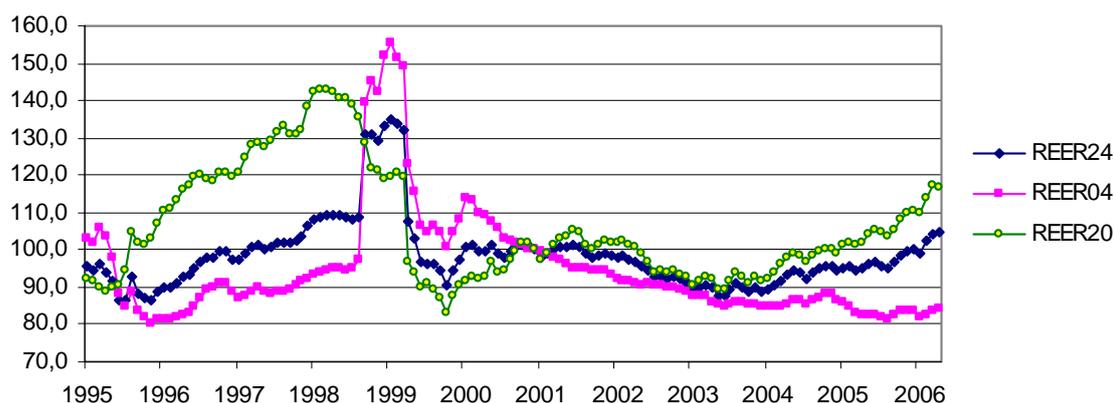


Рис. 3: Индексы реальных эффективных обменных курсов тенге. Источник: Национальный банк РК.

Национальный банк подсчитывает реальные эффективные обменные курсы тенге по трем группам стран: REER04 – страны СНГ (Беларусь, Кыргызстан, Российская Федерация, Украина), REER20 – 20 стран дальнего зарубежья – ДЗ (Великобритания, Германия, Италия, Нидерланды, Финляндия, Франция, Венгрия, Латвия, Литва, Польша, Чехия, Швейцария, Эстония, Иран, Китай, Республика Корея, Турция, Япония, США, оффшорная зона

– Британские Бермудские, Британские Виргинские острова) и REER24 – по всем этим странам вместе. На Рис. 3 показаны графики их месячных индексов. За 100 приняты значения этих реальных эффективных обменных курсов в декабре 2000 г., причем увеличение индекса означает удорожание тенге, а уменьшение – удешевление.

Резкие колебания реальных эффективных обменных курсов приходится на 1999 г., когда Национальный банк после российского финансового кризиса 1998 г. отказался от режима фиксированного обменного курса и перешел к плавающему курсу.

Поскольку реальный обменный курс валюты влияет на экспорт, импорт, а значит, и на экономику, то он может быть одной из альтернативных целей, которые принимает во внимание центральный банк страны при формировании своей кредитно-денежной политики.

3 Модель правила денежно-кредитной политики и метод оценивания

Классическое правило Тейлора было модифицировано в последующих работах. Основным инструментом денежно-кредитной политики для большинства центральных банков выступает краткосрочная процентная ставка. Обычно это ставка межбанковских кредитов. Но для переходных экономик, особенно на начальных этапах, могут использоваться другие инструменты, например, денежная база. Следуя методологии Clarida, Gali & Gertler (1998), запишем уравнение для целевого значения b_t^* инструмента денежно-кредитной политики b_t :

$$b_t^* = \alpha + \beta(\mathbb{E}[\pi_{t+n}|\Omega_t] - \pi^*) + \gamma(\mathbb{E}[y_t|\Omega_t] - y_t^*) + \delta(\mathbb{E}[z_t|\Omega_t] - z_t^*). \quad (1)$$

Здесь π_{t+n} – темп инфляции между периодами t и $t+n$, π^* – целевое значение темпа инфляции, y_t – реальный выпуск, а y_t^* – его целевое значение, Ω_t – информация, доступная центральному банку, \mathbb{E} – оператор ожидания, z_t^* – целевое значение альтернативной переменной z_t . Слагаемое α представляет собой желаемое значение инструмента b_t^* при условии, что инфляция, выпуск и альтернативная целевая переменная достигли своих желаемых уровней. Предполагается, что поведение центрального банка определяется механизмом частичной коррекции для связи фактического и целевого значений инструмента денежно-кредитной политики:

$$b_t = (1 - \rho)b_t^* + \rho b_{t-1} + \nu_t. \quad (2)$$

Параметр ρ задает степень инерционности инструмента b_t , а ν_t – случайное возмущение. Подставляя b_t^* из уравнения (1) в уравнение (2), получим уравнения для правила денежно-кредитной политики центрального банка с учетом альтернативной цели:

$$\begin{aligned} b_t &= (1 - \rho)\alpha + (1 - \rho)\beta\pi_{t+n} + (1 - \rho)\gamma y_t + (1 - \rho)\delta z_t + \rho b_{t-1} + \eta_t, \\ \eta_t &= (1 - \rho)(\beta(\mathbb{E}[\pi_{t+n}|\Omega_t] - \pi_{t+n}) + \gamma(\mathbb{E}[y_t|\Omega_t] - y_t) + \delta(\mathbb{E}[z_t|\Omega_t] - z_t)) + \nu_t. \end{aligned} \quad (3)$$

Оценивание параметров уравнения (2) может быть осуществлено путем использования обобщенного метода моментов (GMM). Он не требует нормального распределения зависимой переменной, получаемые оценки состоятельны и тогда, когда ошибки условно гетероскедастичны.

Результаты оценивания по обобщенному методу моментов не будут адекватными, если не выполнено условие верной спецификации. Для проверки этого условия используется величина J -статистики, которая асимптотически распределена как χ^2 с числом степеней свободы, равным разности между числом инструментальных переменных и числом оцениваемых параметров.

Также для оценки по методу обобщенных моментов требуется стационарность переменных. В работе Vdovichenko & Voronina (2006) в целях получения стационарных рядов используются отношения значений переменной текущего года к значению этой переменной в

соответствующем периоде прошлого года, в качестве целевых значений переменных берется тренд, полученный с помощью фильтра Ходрика–Прескотта.

Однако применение такого подхода к уравнению (3) на казахстанских и других данных зачастую приводит к тому, что t -статистики оцененных коэффициентов регрессии имеют чрезмерно высокие значения, свыше 40. Это свидетельствует о ненадежности получаемых результатов, которые могут быть следствием фактической нестационарности переменных, включенных в регрессию.

Для казахстанской экономики, также как и для российской в Дробышевский & Козловская (2002), не отвергается гипотеза о нестационарности временных рядов основных макроэкономических переменных. Для обеспечения стационарности временных рядов в этой работе делается переход к первым разностям. Вычитая из уравнения (3) это же уравнение, записанное для предыдущего периода, получим уравнение в первых разностях:

$$\Delta b_t = (1 - \rho)\beta\Delta\pi_{t+n} + (1 - \rho)\gamma\Delta y_t + (1 - \rho)\delta\Delta z_t + \rho\Delta b_{t-1} + \varepsilon_t. \quad (4)$$

Случайный член здесь $-\varepsilon_t = \eta_t - \eta_{t-1}$. Свободный член $(1 - \rho)\alpha$ теряется.

4 Статистические данные

Проведенные расчеты основаны на месячных данных Национального банка и Агентства по статистике Республики Казахстан с 1995 г. по декабрь 2006 г. Вначале правила кредитно-денежной политики оценивались для всего этого временного отрезка, затем для первого интервала – с января 1995 г. по декабрь 1999 г. и второго интервала – с января 2000 г. по декабрь 2006 г. Такой выбор временных интервалов объясняется тем, что в апреле 1999 г. Национальный банк перешел к плавающему курсу тенге, и с 2000 г. изменился характер поведения основных макроэкономических показателей. Во втором интервале экономика Казахстана развивалась с высокими темпами роста и умеренной инфляцией.

Денежная база (МВ) состоит из наличных денег вне Национального банка и депозитов банков второго уровня и других организаций в Национальном банке.

Месячные данные по ВВП во многих странах не рассчитываются и не публикуются. Как оказалось, линейная интерполяция по квартальным значениям ВВП месячных значений ВВП неправильно отражает их фактическую динамику. В Казахстане месячные данные по ВВП опубликованы только для 1996–2001 гг. (Национальные счета, 2003). В них явно наблюдается сезонный компонент. Путем выделения сезонного компонента были построены индексы, с использованием которых по квартальным данным по ВВП были аппроксимированы месячные данные по ВВП для остальных периодов.

Все данные были подвергнуты проверке на стационарность. В последних трех столбцах таблицы 1 приведены статистики Дики–Фуллера для соответствующих временных интервалов. Жирным шрифтом выделены значения статистики, для которых гипотеза о наличии единичного корня отвергается, по крайней мере, на 5%-ном уровне.

Как можно видеть, почти для всех переменных на каждом интервале не отвергается гипотеза о наличии единичного корня, т.е. соответствующий временной ряд не является стационарным. В то же время гипотеза о наличии единичного корня отвергается для месячных приростов и темпов роста этих переменных (в большинстве случаев на 1%-ном уровне значимости). Это дает основание использовать уравнение вида (4) для приростов соответствующих переменных, а не уравнение (3).

5 Эмпирические результаты

Для каждого инструмента денежно-кредитной политики вначале оценивалось основное уравнение вида (4) без слагаемого с альтернативной целевой переменной, а затем уравнение, в

Таблица 1: Статистика Дики–Фуллера для переменных, их приростов и темпов изменения

Переменная	Обозначение	95:01–06:12	95:01–99:12	00:01–06:12
Логарифм денежной базы (резервные деньги), млн. тенге	LMB	0,59	–1,89	4,11
Темп изменения	rLMB*	–12,4	–11,8	–11,3
Логарифм индекса реального эффективного обменного курса к группе стран СНГ и ДЗ (24 страны), декабрь 00 = 100	LREER24	–1,84	–1,73	0,37
Прирост	Δ LREER24	–6,30	–7,46	–7,23
Логарифм индекса реального эффективного обменного курса к группе стран ДЗ (20 стран), декабрь 00 = 100	LREER20	–1,76	–1,55	1,47
Прирост	Δ LREER20	–9,12	–6,96	–7,08
Логарифм индекса реального эффективного обменного курса к группе стран СНГ (4 страны), декабрь 00 = 100	LREER04	–2,28	–2,03	–1,81
Прирост	Δ LREER04	–9,11	–6,95	–5,79
Обменный курс тенге к USD (в среднем за период)	ERT	–1,75	–0,36	0,54
Прирост	Δ ERT	–7,67	–6,45	–5,48
Темп изменения	rERT	–8,50	–6,99	–5,53
Чистые международные резервы, млн. долл.	NRES	5,70	–0,27	3,49
Темп изменения	rNRES	–9,73	–8,69	–5,08
Индекс потребительских цен к соответствующему месяцу предыдущего года	CPI_M	–1,20	–0,86	–0,77
Темп изменения	CPI_0M	–6,98	–6,46	–2,27
Официальная ставка рефинансирования, %%	REF	–8,83	–8,23	–3,29
Логарифм ВВП по отношению к предыдущему месяцу, %%	LGDP_MR	–2,30	–4,91	2,04
Темп изменения	rLGDP_MR	–5,65	–4,04	–2,40
Логарифм ВВП по отношению к соответствующему месяцу предыдущего года, %%	LGDP_MP	–2,68	–2,19	–5,10
Прирост	Δ LGDP_MP	–4,15	–3,60	–3,33
Ставка межбанковских кредитов в тенге, %%	BCRED	–3,07	–3,04	–3,08
Темп изменения	rBCRED	–18,6	–13,2	–16,1

Замечания: Δ показывает первую разность, r – темп изменения, L – логарифм соответствующей переменной. Жирным шрифтом выделены значения статистики, для которых гипотеза о наличии единичного корня отвергается, по крайней мере, на 5%-ном уровне.

которое включалась альтернативная целевая переменная. В ряде случаев вместо приростов целевых переменных в оцениваемые уравнения включались темпы их изменения, что позволило получать сопоставимые оценки коэффициентов.

Расчеты проводились обобщенным методом моментов с использованием робастных оценок Ньюи–Уэста. Горизонт целевых значений инфляции был выбран равным 4 месяцам. В качестве инструментальных переменных в обобщенном методе моментов использовались константа, несколько лагов прироста индекса потребительских цен по отношению к предыдущему месяцу, темпа роста логарифма месячного ВВП, темпа роста целевой переменной, а также темпа роста или первой разности альтернативной целевой переменной. Состав инструментальных переменных подбирался так, чтобы, если это было возможно, выполнялось условие отсутствия ошибок спецификации, и количество используемых инструментальных переменных было как можно меньше. При этом учитывалось и то, что ошибка ε_t в уравнении (4) охватывает предыдущий период. Результаты оценивания регрессий приведены в таблицах 2–4.

Таблица 2: Результаты расчетов для периода 1995:01–2006:12

ρ	β	γ	δ	Альтерн. цель	Наблюдений	Инструментов	J -статистика
Зависимая переменная: rLMB							
–0,15 [–0,94]	0,23 [5,35]	–0,029 [–0,91]	–	–	135	10	6,98
Зависимая переменная: REF							
0,98 [35,9]	–20,7 [–0,27]	–8,99 [–0,51]	–	–	134	11	18,3
1,01 [51,0]	116,5 [0,51]	10,5 [0,41]	–	–	134	19	14,7
Зависимая переменная: rBCRED							
–0,26 [–3,32]	4,99 [5,82]	1,44 [6,24]	–	–	110	11	2,50
–0,36 [–5,68]	5,62 [6,33]	1,11 [7,89]	1,27 [5,12]	Δ ERT	109	12	2,27
–0,31 [–6,16]	5,40 [8,95]	1,34 [10,5]	1,92 [10,3]	rERT	109	11	1,73
–0,26 [–7,28]	5,23 [8,96]	1,47 [5,94]	85,8 [2,38]	Δ LRER24	110	12	2,34
–0,35 [–3,40]	5,46 [3,85]	0,97 [3,01]	–49,9 [–0,57]	Δ LRER20	109	14	3,61
–0,23 [–3,10]	4,94 [5,47]	1,42 [4,92]	109,4 [3,64]	Δ LRER04	110	12	2,98
–0,31 [–1,94]	0,48 [0,13]	0,14 [0,17]	18,7 [1,58]	rLMB	109	11	2,03
–0,27 [–3,39]	2,60 [1,18]	0,38 [0,71]	9,04 [1,10]	rLM1	109	12	4,47
–0,20 [–2,62]	2,19 [1,56]	1,23 [3,52]	6,60 [1,74]	rLM2	109	15	4,56
–0,31 [–8,10]	3,75 [3,34]	2,77 [7,14]	0,94 [0,29]	rLM3	110	12	2,39
–0,31 [–3,24]	5,08 [1,89]	0,52 [1,09]	–0,84 [–1,64]	rNRES	108	19	8,86

Замечания: В квадратных скобках указаны значения t -статистик. Жирным шрифтом выделены значения J -статистики, для которых не отвергается гипотеза о справедливости накладываемых ограничений, а также обозначения зависимой переменной или альтернативной целевой переменной, если коэффициенты соответствующего уравнения статистически значимы хотя бы на 5%-ном уровне.

Интервал с января 1995 года по декабрь 2006 года

Результаты расчетов показаны в таблице 2. Денежная база могла использоваться в качестве инструмента денежно-кредитной политики Национального банка, особенно на начальной стадии переходного процесса. Однако в случае зависимой переменной $rLMB$ регрессия оказалась незначимой. Хотя денежная база в период финансовой стабилизации была действенным инструментом, по-видимому, она не играла такую роль на всем интервале с 1995 г. по 2006 г.

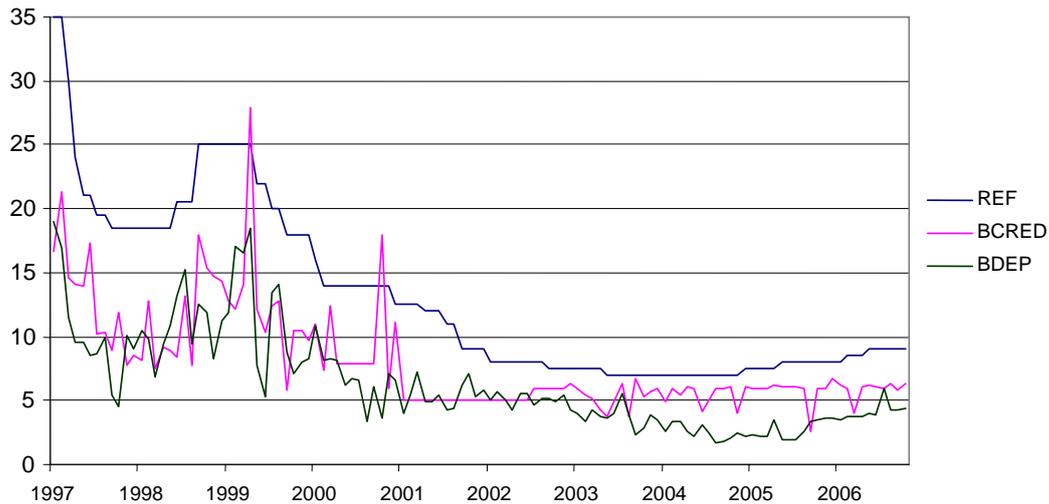


Рис. 4: Ставки рефинансирования, межбанковских кредитов и межбанковских размещенных депозитов. Источник: Национальный банк РК.

Ставка рефинансирования на всем интервале с 1995 по 2006 г. выполняла, скорее всего, роль ориентира, чем инструмента денежно-кредитной политики. Для ставки рефинансирования REF отвергается гипотеза о выполнении накладываемых ограничений, да и оцененные коэффициенты оказались незначимыми. Не помогло и увеличение числа инструментальных переменных.

Так как ставка рефинансирования REF меняется нечасто, более подходящим инструментом денежно-кредитной политики может служить ставка межбанковских кредитов BCRED (Рис. 4). Национальный банк мог оказывать на нее влияние, воздействуя на свободные денежные средства банков второго уровня интервенциями на валютном рынке, операциями с ценными бумагами на открытом рынке, изменением ставки по депозитам банков в Национальном банке, а также ставки рефинансирования. В основном уравнении для темпа изменения межбанковских кредитов $rBCRED$ не отвергается гипотеза о выполнении наложенных ограничений и все коэффициенты значимы.

Коэффициенты при переменных инфляции и роста ВВП в этом и следующих уравнениях имеют ожидаемые положительные знаки. При росте цен Национальный банк ужесточал денежно-кредитную политику, способствуя повышению процентной ставки межбанковских кредитов BCRED, что должно было замедлять рост цен. Уменьшение темпа роста ВВП приводило к смягчению денежно-кредитной политики и уменьшению ставки межбанковских кредитов BCRED.

Оценка коэффициента ρ при лаге ставки межбанковских кредитов BCRED оказывается отрицательной, порядка минус 0,3. Согласно уравнению (2) это значит, что при корректировке величины BCRED происходил «перелет» за желаемый уровень BCRED*. Дело в том, что Национальный банк не мог непосредственно управлять ставкой межбанковских кредитов, сглаживая ее колебания, а лишь оказывал на нее опосредствованное воздействие. Действи-

тельно, как видно на Рис. 4, поведение ставки межбанковских кредитов BCRED, как и ставки размещенных депозитов BDEP, не было «сглаженным», а имело осциллирующий характер.

Национальный банк при проведении денежно-кредитной политики учитывал динамику номинального обменного курса тенге по отношению к доллару США. Коэффициенты при месячном приросте ΔERT и месячном темпе изменения γERT номинального обменного курса значимы и положительны. Увеличение ERT означает обесценение национальной валюты, и на это денежно-кредитная политика реагировала в правильном направлении, повышая ставку межбанковских кредитов BCRED.

Однако ситуация с реальным обменным курсом другая. Гипотеза о выполнении ограничений не отвергается для уравнений с альтернативными целевыми переменными $\Delta LREER24$ и $\Delta LREER20$, но только для первого из них все оцененные коэффициенты значимы. Оценка коэффициента δ при переменной $\Delta LREER24$ имеет «неправильный» положительный знак. Это означает, что в ответ на реальное удорожание национальной валюты денежно-кредитная политика ужесточалась, приводя к повышению ставки межбанковских кредитов. Как это можно объяснить?

Во-первых, индекс реального эффективного обменного курса REER24 вычисляется по отношению к валютам 24 стран, а не только по отношению к доллару США, а также динамикой цен в Казахстане и в этих странах. Национальный банк, по-видимому, на всем интервале не стремился к стабилизации реального эффективного обменного курса, обращая внимание лишь на поведение номинального обменного курса.

Во-вторых, рассматриваемый период достаточно длинный, приоритеты денежно-кредитной политики Национального банка могли меняться в течение всего этого периода. Поэтому влияние реального эффективного обменного курса далее будет исследовано на более коротких временных интервалах.

Из данных таблицы 2 следует, что ни один из денежных агрегатов, а также чистые международные резервы не учитывались Национальным банком в качестве альтернативных целевых переменных.

Интервал с января 1995 года по декабрь 1999 года

Для экономики Казахстана это сложный период, когда уже в основном было достигнуто прекращение спада производства, но практически не было роста ВВП, имела место высокая инфляция. Российский финансовый кризис 1998 г. оказал негативное влияние на финансовое положение в экономике Казахстана, который все еще имел с Россией тесные экономические связи. Возникло сильное давление в сторону ослабления тенге. Национальный банк по политическим соображениям некоторое время стремился удерживать фиксированный обменный курс на уровне примерно 80 тенге за доллар США. Для достижения данной цели, начиная с осени 1998 г., ему приходилось тратить ежемесячно около 200 млн. долларов из ограниченных золотовалютных резервов. Это не могло долго продолжаться, и в апреле 1999 года Национальный банк объявил о переходе на режим плавающего обменного курса. В течение нескольких дней обменный курс стабилизировался на уровне 140 тенге за доллар США.

Из результатов расчетов, приведенных в таблице 3, следует, что ни ставка рефинансирования, ни ставка межбанковских кредитов не выполняли в этом периоде роль инструмента денежно-кредитной политики. Для соответствующих уравнений либо отвергается гипотеза о выполнении наложенных ограничений, либо не все оцененные коэффициенты значимы.

Лучшее из зависимостей в таблице 3 – это уравнение для темпа изменения логарифма денежной базы γLMB . Коэффициент при переменной инфляции положителен, т.е. снижение темпа ожидаемой инфляции способствовало уменьшению темпов роста денежной базы. Заметим, что темп инфляции в годовом исчислении снизился с 861% в январе 1995 г. до 1,9% в декабре 1998 г., но затем повысился до 17% к декабрю 1999 г. Коэффициент при переменной темпа роста ВВП отрицателен. Значит, Национальный банк в ответ на колебания

Таблица 3: Результаты расчетов для периода 1995:01–1999:12

ρ	β	γ	δ	Альтерн. цель	Наблюдений	Инструментов	J -статистика
Зависимая переменная: REF							
1,03 [69,2]	75,3 [2,16]	1,44 [0,52]	–	–	54	19	7,02
Зависимая переменная: Δ BCRED							
–0,48 [–5,28]	–0,16 [–0,08]	1,81 [1,52]	–	–	29	10	5,37
Зависимая переменная: rLMB							
–0,31 [–2,87]	0,13 [4,92]	–0,043 [–2,01]	–	–	56	10	4,03
–0,47 [–0,29]	0,16 [4,22]	–0,055 [–1,72]	–	–	55	16	9,13

Замечания: В квадратных скобках указаны значения t -статистик. Жирным шрифтом выделены значения J -статистики, для которых не отвергается гипотеза о справедливости накладываемых ограничений, а также обозначения зависимой переменной или альтернативной целевой переменной, если коэффициенты соответствующего уравнения статистически значимы хотя бы на 5%-ном уровне.

темпа роста ВВП изменял темп роста денежной базы в противоположном направлении. Но уравнение для rLMB нельзя признать удовлетворительным, т.к. не удалось подобрать набор инструментальных переменных, для которых не отвергалась бы гипотеза о выполнении наложенных ограничений. К тому же число наблюдений, возможно, недостаточно большое для адекватности результатов, получаемых по обобщенному методу моментов.

Тем не менее, тест Йохансена позволяет получить подтверждение о том, что в интервале с 1995 по 1999 гг. Национальный банк в качестве инструмента денежно-кредитной политики использовал денежную базу. В соответствии с данными таблицы 1 переменные LMB, CPI_M, LGDP_MP, ERT, LREER24, LREER20, LREER04 имеют первый порядок интегрированности. Были получены следующие коинтегрирующие соотношения:

$$\text{LMB} = -0,15 \text{ CPI_M} + 5,62 \text{ LGDP_MP}, \quad (5)$$

(0,024) (0,94)

$$\text{LMB} = -0,26 \text{ CPI_M} + 3,53 \text{ LGDP_MP} - 0,0049 \text{ ERT}, \quad (6)$$

(0,044) (1,52) (0,0027)

$$\text{LMB} = -0,14 \text{ CPI_M} + 4,15 \text{ LGDP_MP} - 0,033 \text{ LREER24}, \quad (7)$$

(0,028) (0,88) (0,30)

$$\text{LMB} = -0,14 \text{ CPI_M} + 3,88 \text{ LGDP_MP} + 0,07 \text{ LREER20}, \quad (8)$$

(0,026) (1,04) (0,26)

$$\text{LMB} = -0,15 \text{ CPI_M} + 4,04 \text{ LGDP_MP} - 0,04 \text{ LREER04}. \quad (9)$$

(0,028) (0,65) (0,17)

В круглых скобках под коэффициентами указаны стандартные ошибки. Из уравнения (5) следует, что в ответ на увеличение индекса потребительских цен CPI_M Национальный банк сжимал денежную базу, на увеличение месячного ВВП по отношению к соответствующему месяцу предыдущего года реагировал увеличением денежной базы. Все коэффициенты этого уравнения значимы.

В уравнениях (6)–(9) сохраняется характер зависимости денежной базы от ИПЦ и от ВВП. Коэффициенты при них также значимы. Однако для включенных в эти уравнения переменных номинального и реального обменных курсов коэффициенты незначимы.

Эти результаты дают основание полагать, что в первой части интервала с 1995 по 2006 гг. Национальный банк считал своими главными целями снижение инфляции и поддержание роста ВВП, а в качестве инструмента денежно-кредитной политики в основном использовал денежную базу.

Интервал с января 2000 года по декабрь 2006 года

Это период стабильного экономического развития после перехода к плавающему обменному курсу с высокими темпами роста ВВП и низким уровнем инфляции. Результаты расчетов приведены в таблице 4.

Таблица 4: Результаты расчетов для периода 2000:01–2006:12

ρ	β	γ	δ	Альтерн. цель	Наблюдений	Инструментов	J-статистика
Зависимая переменная: rLMB							
-0,38	0,32	0,016	-	-	80	9	11,0
[-2,82]	[8,62]	[1,06]					
-0,29	0,31	0,012	-	-	80	9	28,4
[-2,12]	[6,28]	[0,81]					
Зависимая переменная: REF							
0,97	8,85	-0,41	-	-	80	13	8,84
[113,]	[3,6]	[-1,05]					
0,98	8,66	-0,55	-	-	80	19	12,8
[143,]	[6,02]	[-1,79]					
Зависимая переменная: Δ BCRED							
-0,22	5,94	1,27	-	-	80	11	2,73
[-4,32]	[6,42]	[5,47]					
-0,21	5,94	1,25	0,25	rERT	80	12	2,73
[-4,53]	[6,14]	[5,38]	[0,33]				
-0,24	6,46	1,33	-149,	Δ LREER24	80	13	2,92
[-5,67]	[6,47]	[7,01]	[-2,07]				
-0,25	6,84	1,31	-150,	Δ LREER20	80	13	3,12
[-5,13]	[5,54]	[6,46]	[-2,68]				
-0,20	6,18	1,45	-61,1	Δ LREER04	80	11	2,18
[-4,24]	[6,96]	[7,65]	[-0,63]				
-0,23	8,17	1,15	-0,50	rNRES	80	13	2,34
[-6,50]	[7,99]	[6,70]	[-3,55]				

Замечания: В квадратных скобках указаны значения t-статистик. Жирным шрифтом выделены значения J-статистики, для которых не отвергается гипотеза о справедливости накладываемых ограничений, а также обозначения зависимой переменной или альтернативной целевой переменной, если коэффициенты соответствующего уравнения статистически значимы хотя бы на 5%-ном уровне.

Для зависимых переменных темпа изменения логарифма денежной базы rLMB и ставки рефинансирования REF не удалось получить уравнения, для которых не отвергалась бы гипотеза о верности ограничений. А для темпа изменения ставки межбанковских кредитов rBCRED во всех рассмотренных случаях не отвергается гипотеза о верности наложенных ограничений. Коэффициенты при переменных инфляции и выпуска имеют «правильные» положительные знаки. Следовательно, Национальный банк в ответ на повышение темпа инфляции увеличивал процентную ставку, т.е. ужесточал денежно-кредитную политику. При снижении темпа роста ВВП он действовал в направлении снижения процентной ставки, ослабляя денежно-кредитную политику.

Оценка коэффициента δ при альтернативной целевой переменной номинального обменного курса rERT имеет ожидаемый положительный знак, но незначима. А при альтернативных целевых переменных реального эффективного обменного курса Δ LREER24 или Δ LREER20 оценка коэффициента δ имеет «правильный» отрицательный знак. На реальное удорожание тенге (увеличение индексов REER24 или REER20) Национальный банк реагировал ослаблением денежно-кредитной политики, способствуя снижению процентной ставки, что создавало предпосылки для обратной тенденции реального обесценения тенге. Следовательно, номинальное и реальное удорожание национальной валюты (уменьшение ERT и увеличение LREER24) вызывало понижение процентной ставки межбанковских кредитов BCRED. Это способствовало оттоку денежных средств на валютный рынок и тем самым противодейство-

вало чрезмерному реальному укреплению тенге.

В то же время оценка коэффициента δ при переменной $\Delta LREER04$ оказалась незначимой. Следовательно, Национальный банк в данном периоде оценивал реальное удорожание или обесценение тенге по отношению к валютам 20 стран дальнего зарубежья. Это объяснимо, если учесть, что в 1995 г. товарооборот Казахстана со странами СНГ в 1995 г. составлял 60% от общего объема, а в 2005 г. он сократился до 27%.

Национальный банк также принимал во внимание темп роста чистых международных резервов rNRES. Коэффициент при rNRES имеет ожидаемый отрицательный знак. Международные резервы Национального банка за период, предшествующий изменению режима обменного курса, значительно сократились из-за вынужденной поддержки национальной валюты, и стояла задача их восполнения. В ответ на уменьшение чистых международных резервов повышалась процентная ставка межбанковских кредитов, обменный курс тенге укреплялся, и это способствовало пополнению международных резервов Национального банка.

6 Заключение

Анализ динамики основных финансово-экономических показателей позволяет судить о существовании определенных правил денежно-кредитной политики Национального банка Казахстана. Исследуемый период с января 1995 г. по декабрь 2006 г. разделяется на два этапа: интервал до 1999 г., в котором Национальный банк Казахстана перешел на режим плавающего обменного курса, и интервал после 1999 г. в условиях макроэкономической стабилизации.

Расчеты по месячным данным показывают, что ни денежная база, ни ставка рефинансирования не могли быть действенными инструментами денежно-кредитной политики для всего периода с января 1995 г. по декабрь 2006 г. Таковым инструментом могла быть ставка межбанковских кредитов. Она в «правильном» направлении реагировала на изменения уровня цен, темпа роста ВВП, номинального обменного курса, но «неправильно» отвечала на колебания реального эффективного обменного курса национальной валюты и игнорировала поведение денежных агрегатов и чистых международных резервов.

Однако результаты могут вызывать сомнения, так как период с 1995 по 2006 гг. охватывает принципиально разные этапы экономического развития Казахстана. В первой части этого периода в стране наблюдался спад производства, неплатежи, высокая инфляция, неустойчивость национальной валюты. А во второй части исследуемого периода с 2000 года имело место стабильное развитие экономики с высокими темпами роста ВВП, относительно низкими темпами инфляции и небольшими колебаниями номинального и реального обменных курсов тенге. Поэтому вряд ли Национальный банк мог придерживаться одинаковых правил денежно-кредитной политики в течение всего рассматриваемого периода.

Для этапа с января 1995 г. по декабрь 1999 г. ставка рефинансирования и ставка межбанковских кредитов не были инструментами денежно-кредитной политики. На этом этапе для Национального банка главными целями были снижение инфляции и обеспечение условий роста ВВП, для достижения которых он использовал в качестве инструмента денежную базу, не придавая существенного значения достижению других целей.

Инструментом денежно-кредитной политики на этапе с января 2000 г. по декабрь 2006 г., на который мог оказывать воздействие Национальный банк, была не денежная база, а ставка по межбанковским кредитам. При проведении денежно-кредитной политики он не принимал во внимание динамику номинального обменного курса, но кроме динамики цен и выпуска учитывал также колебания реального эффективного обменного курса, вычисляемого по отношению к валютам стран дальнего зарубежья, а также изменения чистых международных резервов.

Таким образом, можно сделать вывод о существовании правил денежно-кредитной политики, которым следовал Национальный банк Казахстана. Условно можно выделить два этапа:

первый – до 2000 г., когда инструментом денежно-кредитной политики была денежная база, и второй – с 2000 г., начиная с которого Национальный банк в основном проводил денежно-кредитную политику, оказывая влияние на краткосрочную процентную ставку. Хотя декларировалась приоритетная цель таргетирования инфляции, Национальный банк учитывал и другие макроэкономические цели.

Благодарности

Стимулом к написанию статьи послужило участие автора в методологических семинарах РПЭИ и региональной программе РЭШ–НЕСР «Деньги и экономический рост: теория и ее эмпирические обоснования». Автор благодарит Станислава Анатольева, Олега Замулина, Алексея Онацкого и анонимных рецензентов за полезные комментарии и советы, данные ими в процессе выполнения работы.

Список литературы

- Дробышевский С. & А. Козловская (2002). Внутренние аспекты денежно-кредитной политики России. Научные труды ИЭПП №45Р.
- Дробышевский С., А. Козловская, Д. Левченко, С. Пономаренко, П. Трунин & С. Четвериков (2003). Сравнительный анализ денежно-кредитной политики в переходных экономиках. Научные труды ИЭПП №58Р.
- Национальные счета (2003). Национальные счета Республики Казахстан 1996–2001. Алматы: Агентство Республики Казахстан по статистике.
- Национальный банк РК (2006). *www.nationalbank.kz*.
- Ball, L. (1999). Policy rules for open economies. Глава в *Monetary Policy Rules* под редакцией J.B. Taylor. Chicago: University of Chicago Press.
- Barro, R.J. & D. Gordon (1983). Rules, discretion and reputation in a model of monetary policy. *Journal of Monetary Economics* 12, 101–121.
- Clarida, R., J. Gali, & M. Gertler (1998). Monetary policy rules in practice: Some international evidence. *European Economic Review* 42, 1033–1067.
- Esanov, A., C. Merkl & L.V. Souza (2005). Monetary policy rules for Russia. *Journal of Comparative Economics* 33, 484–499.
- Frömmel, M. & F. Schobert (2006). Monetary policy rules in Central and Eastern Europe. Universität Hannover, Discussion Paper No.341.
- Kydland, F.E. & E.C. Prescott (1977). Rules rather than discretion: The inconsistency of optimal plans. *Journal of Political Economy* 85, 473–492.
- McCallum, B. (1993). Specification and analysis of a monetary policy rule for Japan. *Bank of Japan Monetary and Economic Studies* 11, 1–45.
- Mohanty, M.S. & M. Klau (2005). Monetary policy rules in emerging market economies: Issues and evidence. Глава в *Monetary Policy and Macroeconomic Stabilization in Latin America* под редакцией R.J. Langhammer & L.V. de Souza. Berlin: Springer.
- Taylor, J.B. (1993). Discretion versus policy rules in practice. *Carnegie-Rochester Conference series on Public Policy* 39, 195–214.
- Vdovichenko, A. & V. Voronina (2006). Monetary policy rules and their application in Russia. *Research in International Business and Finance* 20, 145–162.

Monetary policy rules of the National Bank of Kazakhstan

Bulat Mukhamediyev

Al-Farabi Kazakh National University, Kazakhstan

The issue of monetary policy rules in Kazakhstan is studied. It is established that at each stage of economic development the National Bank used a certain rule. In particular, it is revealed that during the post-crisis period after reaching macroeconomic stability the short term interest rate, rather than the monetary base, was used as a monetary policy tool.

Keywords: Kazakhstan, monetary policy rule, interest rate, monetary base

JEL Classification: E52, E58, C22