

Задачи и решения

Начиная с настоящего выпуска, мы вводим новую рубрику «Задачи и решения». Здесь будут публиковаться эконометрические задачи, представляющие образовательный или исследовательский интерес, а также решения к ним. Задачи рассчитаны не на профессионалов-эконометристов, а скорее на изучающих эконометрику, а также прикладных исследователей, желающих понять некоторые тонкости теории. Читатель имеет возможность в течение трех месяцев с момента выхода выпуска присылать решения задач на адрес ps@quantile.ru. Наиболее интересные ответы будут публиковаться. Принимаются также интересные постановки задач.

Задача 5.1

Могут ли две случайные величины быть некоррелированными безусловно, но коррелированными условно на третьей? Могут ли две случайные величины быть коррелированными безусловно, но некоррелированными условно на третьей?

Задача 5.2

Известно, что для простейшей авторегрессии с независимыми и одинаково распределенными инновациями

$$y_t = \rho y_{t-1} + \varepsilon_t$$

в случае единичного корня $\rho = 1$ МНК-оценка $\hat{\rho}$ состоятельна для единицы и имеет распределение Дики–Фуллера

$$T(\hat{\rho} - 1) \xrightarrow{d} \frac{\int_0^1 B(r)dB(r)}{\int_0^1 B(r)^2 dr},$$

где $B(r)$ – стандартный Винеровский процесс на $[0, 1]$. Пусть по недоразумению вместо того, чтобы регрессировать y_t на y_{t-1} , мы регрессируем y_{t-1} на y_t . Выведите асимптотическое распределение полученной МНК-оценки при наличии единичного корня. Состоятельна ли эта оценка для единицы?

Задача 5.3

Пусть скалярные случайные величины x и y имеют одно и то же математическое ожидание μ . Покажите, что тест Хаусмана на верность условия на моменты $\mathbb{E}[y] = \mu$ при верности условия на моменты $\mathbb{E}[x] = \mu$ асимптотически эквивалентен J-тесту на верность модели, состоящей из обоих условий на моменты. Каково интуитивное объяснение этого результата?

